
Durée conseillée : 2 heures Barème : 4 exercices de 5 points = 20 points**Exercice 1 : Arithmétique dans $\mathbb{N}$ (5 pts)**

- 1) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $n(n+1)$ est pair. (1 pt)
- 2) Calculer PGCD(168, 252) par l'algorithme d'Euclide, puis PPCM(168, 252). (2 pts)
- 3) Effectuer la division euclidienne de 2026 par 7. En déduire le plus petit entier naturel k tel que $2026 + k$ soit un multiple de 7. (2 pts)

Exercice 2 : Ordre dans $\mathbb{R}$ (5 pts)

- 1) Comparer $3\sqrt{2}$ et $2\sqrt{5}$. (1 pt)
- 2) Résoudre dans $\mathbb{R}$: $|2x - 1| \leq 5$. (2 pts)
- 3) On donne $2 \leq x \leq 3$. Encadrer $5 - 2x$ et $\frac{1}{x}$. (2 pts)

Exercice 3 : Calcul vectoriel (5 pts)

Soit ABC un triangle, I le milieu de $[BC]$ et G le point tel que $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$.

- 1) Montrer que $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$. (1,5 pt)
- 2) Montrer que $\overrightarrow{GI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{GA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$. (1,5 pt)
- 3) En déduire que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$. (2 pts)

Exercice 4 : Projection dans le plan (5 pts)

Soit ABC un triangle, $E \in (AB)$ tel que $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$. La parallèle à (BC) passant par E coupe (AC) en F .

- 1) On projette sur (AC) parallèlement à (BC) . Déterminer les projetés de A , B et E . (1,5 pt)
- 2) En déduire que $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$. (2 pts)
- 3) Si $AC = 10$ cm, calculer AF . (1,5 pt)

Exercice 1

- 1) Si n est pair, $n(n+1)$ est pair. Si n est impair, $n+1$ est pair donc le produit est pair.
- 2) $252 = 1 \times 168 + 84$ puis $168 = 2 \times 84 + 0$: PGCD(168, 252) = 84 et PPCM = $\frac{168 \times 252}{84} = 504$.
- 3) $2026 = 7 \times 289 + 3$ avec $0 \leq 3 < 7$. On ajoute $7 - 3 = 4$: $2030 = 7 \times 290$, donc $k = 4$.

Exercice 2

- 1) Positifs : $(3\sqrt{2})^2 = 18 < 20 = (2\sqrt{5})^2$, donc $3\sqrt{2} < 2\sqrt{5}$.
- 2) $|2x - 1| \leq 5 \iff -5 \leq 2x - 1 \leq 5 \iff -2 \leq x \leq 3$: $S = [-2, 3]$.
- 3) $4 \leq 2x \leq 6$ donc $-6 \leq -2x \leq -4$ et $-1 \leq 5 - 2x \leq 1$. Comme $x > 0$: $\frac{1}{3} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{2}$.

Exercice 3

- 1) $\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IB}$ et $\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IC}$; comme I est le milieu de $[BC]$, $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$, donc $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$.
- 2) $\overrightarrow{GI} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AI} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{GA} = -\overrightarrow{AG} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$.
- 3) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GI} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AI} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AI} = \vec{0}$: G est le centre de gravité.

Exercice 4

- 1) $A \in (AC)$: son projeté est A . La parallèle à (BC) passant par B coupe (AC) en C : le projeté de B est C . La parallèle à (BC) passant par E est (EF) : le projeté de E est F .
- 2) La projection conserve le coefficient de colinéarité : $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$ donne $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$.
- 3) $AF = \frac{2}{5} \times 10 = 4$ cm.