

1. Coordonnées

Points et vecteurs

$$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A) \quad \text{Milieu de } [AB] : I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right).$$

$$\vec{u}(x; y) + \vec{v}(x'; y') = (x + x'; y + y') \quad k\vec{u} = (kx; ky).$$

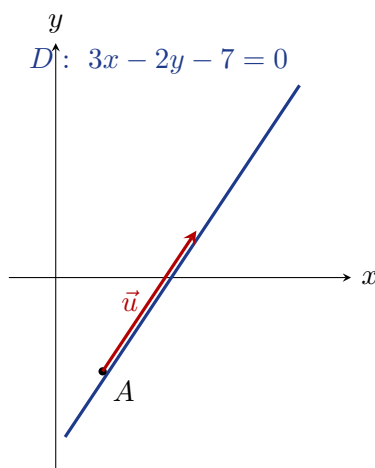
2. Colinéarité et alignement

Déterminant

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = xy' - x'y. \quad \vec{u}, \vec{v} \text{ colinéaires} \iff \det(\vec{u}, \vec{v}) = 0.$$

$$A, B, C \text{ alignés} \iff \det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 0. \quad (AB) \parallel (CD) \iff \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD} \text{ colinéaires.}$$

3. Équations d'une droite



Équations

D passe par $A(x_A; y_A)$, vecteur directeur $\vec{u}(\alpha; \beta)$: $M \in D \iff \det(\overrightarrow{AM}, \vec{u}) = 0$.

Cartésienne : $ax + by + c = 0$ avec $(a; b) \neq (0; 0)$; vecteur directeur $\vec{u}(-b; a)$.

Réduite : $y = mx + p$; $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ puis $p = y_A - m x_A$. Droite verticale : $x = k$.

4. Positions relatives

$D : ax + by + c = 0$ et $D' : a'x + b'y + c' = 0$. $ab' - a'b \neq 0 \iff$ sécantes ; $ab' - a'b = 0 \iff$ parallèles (strictes ou confondues).

Avec les équations réduites : même $m \Rightarrow$ parallèles ; $m \neq m' \Rightarrow$ sécantes. Le point d'intersection se trouve en résolvant le système.

Compléments (repère orthonormé) : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$; $D \perp D' \iff aa' + bb' = 0$.

Attention. Ne pas confondre le déterminant $xy' - x'y$ (colinéarité) avec $xx' + yy'$.

5. Exercices

- Exercice 1.** (*Coordonnées*) On donne $A(-1; 2)$, $B(3; 5)$, $C(0; -1)$. 1) Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$. 2) Déterminer le milieu I de $[BC]$. 3) Déterminer D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.
- Exercice 2.** (*Colinéarité*) 1) $\vec{u}(3; -2)$ et $\vec{v}(-6; 4)$ sont-ils colinéaires ? 2) Déterminer m pour que $\vec{w}(m; 6)$ soit colinéaire à $\vec{u}$.
- Exercice 3.** (*Alignement*) On donne $A(1; 2)$, $B(3; 3)$, $C(7; 5)$. 1) Montrer que A, B, C sont alignés. 2) Déterminer y pour que $M(5; y)$ appartienne à (AB) .
- Exercice 4.** (*Équation cartésienne*) D passe par $A(1; -2)$ de vecteur directeur $\vec{u}(2; 3)$. 1) Déterminer une équation cartésienne de D . 2) $B(5; 4)$ appartient-il à D ?
- Exercice 5.** (*Équation réduite*) On donne $A(-1; 4)$, $B(2; -2)$. 1) Déterminer l'équation réduite de (AB) . 2) Déterminer ses points d'intersection avec les axes.
- Exercice 6.** (*Positions relatives*) $D : 2x - y + 1 = 0$, $D' : x + y - 4 = 0$, $D'' : 4x - 2y + 5 = 0$. 1) Montrer que D et D' sont sécantes ; déterminer leur point d'intersection. 2) Étudier la position relative de D et D'' .

6. Devoir surveillé n°2 (1 h, 20 points)

- Exercice 1** (5 pts). $A(-2; 1)$, $B(4; 3)$, $C(1; -2)$. 1) Coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$. 2) Milieu I de $[BC]$. 3) D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme. 4) A, B, C sont-ils alignés ?
- Exercice 2** (5 pts). $\vec{u}(m+1; 4)$ et $\vec{v}(3; 2)$. 1) Déterminer m pour que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires. 2) Vérifier que $\vec{u} = 2\vec{v}$ pour cette valeur. 3) $A(0; 1)$, $B(2; 5)$, $C(5; 11)$ sont-ils alignés ?
- Exercice 3** (5 pts). D passe par $A(2; -1)$, de vecteur directeur $\vec{u}(-1; 3)$. 1) Équation cartésienne de D . 2) Équation réduite. 3) $B(1; 2)$ et $C(0; 4)$ appartiennent-ils à D ?
- Exercice 4** (5 pts). $D : x + 2y - 4 = 0$ et $D' : 2x - y + 2 = 0$. 1) Montrer qu'elles sont sécantes. 2) Déterminer leur point d'intersection. 3) Équation de la droite Δ passant par $A(1; 1)$ et parallèle à D .