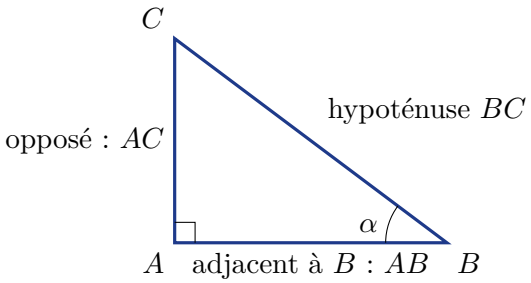
1. Rapports trigonométriques



Définitions (angle aigu α en B)

$\sin\alpha = \dfrac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{AC}{BC}$ $\cos\alpha = \dfrac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{AB}{BC}$ $\tan\alpha = \dfrac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} = \dfrac{AC}{AB}$.
Exemple : $AB = 3$, $AC = 4$, $BC = 5$: $\sin B = \frac{4}{5}$, $\cos B = \frac{3}{5}$, $\tan B = \frac{4}{3}$. (SOH-CAH-TOA)

2. Angles remarquables

	$30°$	$45°$	$60°$
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

3. Relations et angles complémentaires

À connaître

$0 < \sin\alpha < 1$, $0 < \cos\alpha < 1$ pour un angle aigu. $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$; $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$;
$1 + \tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$.
$\alpha + \beta = 90°$: $\cos(90° - \alpha) = \sin\alpha$; $\sin(90° - \alpha) = \cos\alpha$; $\tan(90° - \alpha) = \dfrac{1}{\tan\alpha}$.

Attention. Régler la calculatrice en degrés ; garder les valeurs exactes jusqu'au résultat final.

4. Exercices

Exercice 1. *(Rapports)* ABC rectangle en A, $AB = 6$, $AC = 8$. Calculer BC, puis $\sin, \cos, \tan$ de B et de C.

Exercice 2. *(Valeurs remarquables)* Calculer : $A = \sin 30° + \cos 60° - \tan 45°$; $B = \sin 60° \cos 30° + \sin 30° \cos 60°$; $C = \tan 60° \times \tan 30°$.

Exercice 3. *(Autres rapports)* 1) α aigu, $\cos\alpha = \frac{5}{13}$: $\sin\alpha$, $\tan\alpha$. 2) β aigu, $\tan\beta = 2$: $\cos\beta$, $\sin\beta$.

Exercice 4. *(Démonstrations)* x aigu : 1) simplifier $(\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2$; 2) montrer $(1 - \sin x)(1 + \sin x) = \cos^2 x$; 3) montrer $\dfrac{1}{1 + \tan^2 x} = \cos^2 x$.

Exercice 5. *(Applications)* 1) Un arbre est vu sous 60° à 10 m de son pied : hauteur ? 2) Échelle de 5 m inclinée de 60° : hauteur atteinte et distance au mur ?

Exercice 6. *(Complémentaires)* Simplifier : $\sin 25° - \cos 65°$; $\cos^2 10° + \cos^2 80°$; $\tan 20° \times \tan 70°$.

5. Devoir surveillé (1 h, 20 points)

Exercice 1 (5 pts). ABC rectangle en B, $AB = 5$, $BC = 12$. 1) AC. 2) $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$. 3) $\sin C$, $\cos C$. 4) Vérifier $\cos^2 A + \sin^2 A = 1$.

Exercice 2 (5 pts). 1) $E = 2\cos 60° + \sqrt{3}\tan 30° - \sqrt{2}\sin 45°$. 2) $F = \sin^2 30° + \cos^2 30° + \tan^2 45°$. 3) Montrer $\sin 60° = 2\sin 30° \cos 30°$.

Exercice 3 (5 pts). α aigu, $\sin\alpha = \frac{4}{5}$. 1) $\cos\alpha$. 2) $\tan\alpha$. 3) $\dfrac{1}{1 + \tan^2\alpha}$ et comparer à $\cos^2\alpha$. 4) $\sin(90° - \alpha)$.

Exercice 4 (5 pts). ABC isocèle en A, $AB = AC = 10$, $BC = 12$, H milieu de $[BC]$. 1) AH. 2) $\sin B, \cos B, \tan B$. 3) En déduire $\cos \widehat{BAH}$.